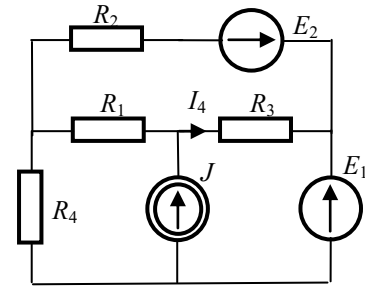


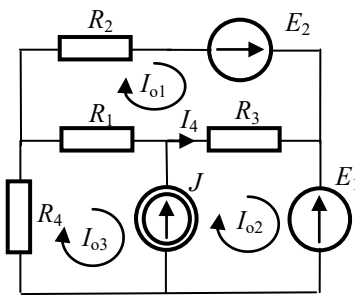
1. Oblicz prąd I_4 metodą prądową.

Dane $E_1 = 8 \text{ V}$, $E_2 = 2 \text{ V}$, $J = 20 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



Metoda prądów oczkowych. Obwód ma trzy $(g-w+1)$ niezależne oczka.

Wprowadzamy prądy oczkowe $[I_{o1} \ I_{o2} \ I_{o3}]^T$. Zapisujemy równania na podstawie NPK. Zapis macierzowy.



$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 & -R_1 \\ -R_3 & R_3 & 0 \\ -R_1 & 0 & R_1 + R_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 \\ U_J - E_1 \\ -U_J \end{bmatrix}$$

Powyższy układ trzech równań zawiera cztery niewiadome. Brakuje też prądu I_4 . W metodzie oczkowej wszystkie prądy gałęziowe są liniową kombinacją prądów oczkowych, zatem mamy dwa dodatkowe równania:

$$J = I_{o2} - I_{o3}$$

$$I_4 = I_{o2} - I_{o1}$$

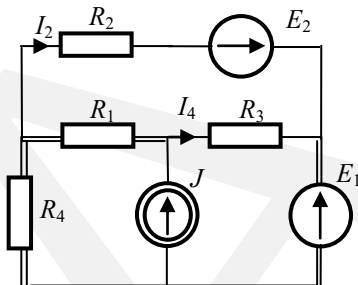
Given

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2 + R_3)I_{o1} - R_3I_{o2} - R_1I_{o3} &= E_2 \\ -R_3I_{o1} + R_3I_{o2} &= U_J - E_1 \\ -R_1I_{o1} + (R_1 + R_4)I_{o3} &= -U_J \\ J &= I_{o2} - I_{o3} \\ I_4 &= I_{o2} - I_{o1} \end{aligned}$$

Rozwiązanie komputerowe przy zapisie normalnym

$$\text{Find} \begin{pmatrix} I_{o1} \\ I_{o2} \\ I_{o3} \\ U_J \\ I_4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{E_2 R_1 - E_1 R_1 - E_1 R_3 + E_2 R_3 + E_2 R_4 + J_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \\ \frac{E_2 R_1 - E_1 R_2 - E_1 R_1 - E_1 R_3 + E_2 R_3 + J_2 R_1 R_2 + J_2 R_1 R_4 + J_2 R_2 R_4 + J_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \\ \frac{E_1 R_1 + E_1 R_2 - E_2 R_1 + E_1 R_3 - E_2 R_3 + J_2 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \\ \frac{E_1 R_1 R_2 + E_1 R_1 R_4 + E_1 R_2 R_4 + E_1 R_3 R_4 - E_2 R_3 R_4 + J_2 R_1 R_2 R_3 + J_2 R_1 R_3 R_4 + J_2 R_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \\ \frac{J_2 R_1 R_2 - E_2 R_4 - E_1 R_2 + J_2 R_1 R_4 + J_2 R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \end{pmatrix}$$

Metoda prądów strunowych. W tej metodzie wystarczy $g-w+1-n_i$ równań. Wybieramy drzewo grafu tak aby prądy $[I_2 \ I_4 \ J]^T$ były prądami strunowymi (oczkowymi). Mamy zatem układ dwóch równań z niewiadomym prądem I_2 i poszukiwanym prądem I_4 . Dla rozpatrywanego obwodu nie jest to jedyny możliwy wybór.



$$\begin{bmatrix} R_2 + R_4 & R_4 \\ R_4 & R_1 + R_4 + R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 - E_1 \\ -E_1 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie komputerowe przy zapisie macierzowym.

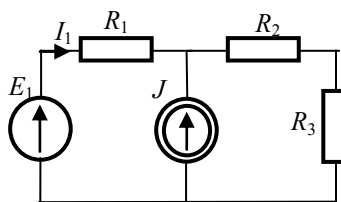
$$\begin{pmatrix} I_2 \\ I_4 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} R_2 + R_4 & R_4 \\ R_4 & R_1 + R_4 + R_3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_2 - E_1 + R_4 J_2 \\ (R_1 + R_4) J_2 - E_1 \end{bmatrix} \text{ simplify } \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{E_2 R_1 - E_1 R_1 - E_1 R_3 + E_2 R_3 + E_2 R_4 + J_2 R_3 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \\ \frac{J_2 R_1 R_2 - E_2 R_4 - E_1 R_2 + J_2 R_1 R_4 + J_2 R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \end{pmatrix}$$

$$E_1 := 8 \text{ V} \quad E_2 := 2 \text{ V} \quad J_2 := 20 \text{ A} \quad R_1 := 1 \Omega \quad R_2 := 2 \Omega \quad R_3 := 3 \Omega \quad R_4 := 4 \Omega$$

$$I_4 \rightarrow \frac{J_2 R_1 R_2 - E_2 R_4 - E_1 R_2 + J_2 R_1 R_4 + J_2 R_2 R_4}{R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} = 8 \text{ A}$$

2. Oblicz prąd I_1 metodą prądową.

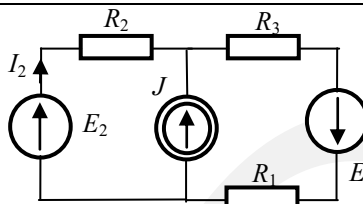
Dane $E_1 = 36 \text{ V}$, $J = 6 \text{ A}$,
 $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_1 = 1 \text{ A}$

3. Oblicz prąd I_2 metodą prądową.

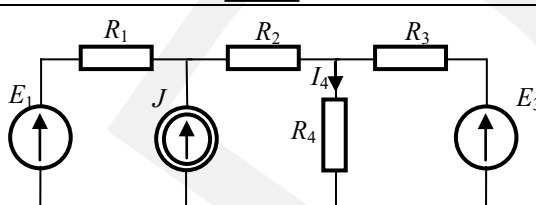
Dane $E_1 = 16 \text{ V}$, $E_2 = 20 \text{ V}$, $J = 12 \text{ A}$,
 $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_2 = -2 \text{ A}$

4. Oblicz prąd I_4 metodą prądową.

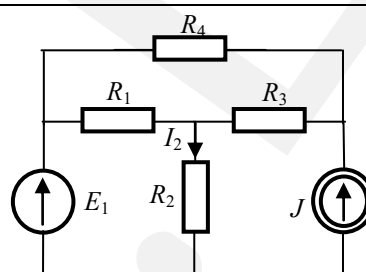
Dane $E_1 = 14 \text{ V}$, $E_3 = 35 \text{ V}$, $J = 6 \text{ A}$,
 $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_4 = 5 \text{ A}$

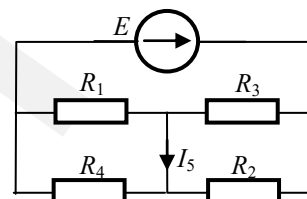
5. Oblicz prąd I_2 metodą prądową.

Dane $E_1 = 6 \text{ V}$, $J = 3 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



6. Oblicz prąd I_5 .

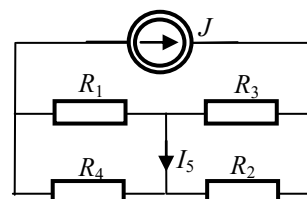
Dane $E = 6 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_5 = -1,2 \text{ A}$

7. Oblicz prąd I_5 .

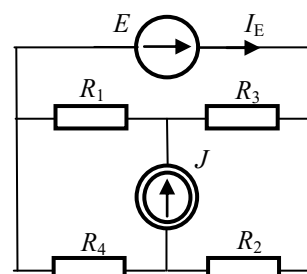
Dane $J = 5 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_5 = -2 \text{ A}$

8. Oblicz prąd I_E metodą prądową.

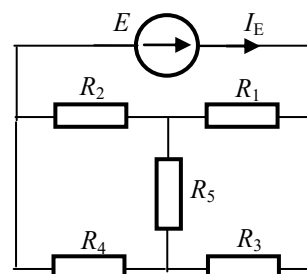
Dane $E_1 = 8 \text{ V}$, $J = 4 \text{ A}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_E = 5 \text{ A}$

9. Oblicz prąd I_E .

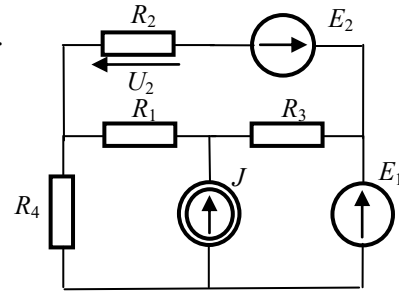
Dane $E_1 = 9 \text{ V}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$, $R_4 = 4 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$.



Rozwiązanie: $I_E = 3,13 \text{ A}$

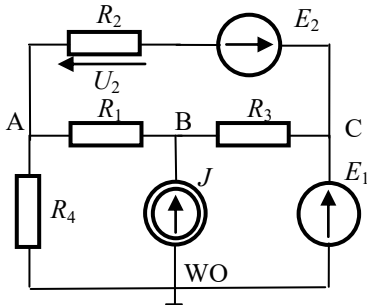
10. Oblicz napięcie U_2 metodą napięciową.

Dane $E_1 = 8\text{ V}$, $E_2 = 2\text{ V}$, $J = 20\text{ A}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 4\Omega$.



Metoda napięć węzłowych. Ilość równań $w-1-n_E$.

Oznaczamy węzły i formułujemy równania na podstawie PPK.



$$G_k = \frac{1}{R_k}, \quad V_C = E_1$$

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 + G_4 & -G_1 & -G_2 \\ -G_1 & G_1 + G_3 & -G_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ E_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_2 E_2 \\ J \end{bmatrix}$$

$$U_2 = V_A + E_1 - E_2$$

Rozwiązanie komputerowe przy zapisie macierzowym.

$$\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} G_1 + G_2 + G_4 & -G_1 \\ -G_1 & G_1 + G_3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} G_2 E_1 - G_2 E_2 \\ J_2 + G_3 E_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_A \\ V_B \end{pmatrix} \text{ simplify} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{G_1 \cdot J_2 + E_1 \cdot G_1 \cdot G_2 + E_1 \cdot G_1 \cdot G_3 - E_2 \cdot G_1 \cdot G_2 + E_1 \cdot G_2 \cdot G_3 - E_2 \cdot G_2 \cdot G_3}{G_1 \cdot G_2 + G_1 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 + G_2 \cdot G_3 + G_3 \cdot G_4} \\ \frac{G_1 \cdot J_2 + G_2 \cdot J_2 + G_4 \cdot J_2 + E_1 \cdot G_1 \cdot G_2 + E_1 \cdot G_1 \cdot G_3 - E_2 \cdot G_1 \cdot G_2 + E_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + E_1 \cdot G_3 \cdot G_4}{G_1 \cdot G_2 + G_1 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 + G_2 \cdot G_3 + G_3 \cdot G_4} \end{pmatrix}$$

$$U_2 := V_A + E_2 - E_1$$

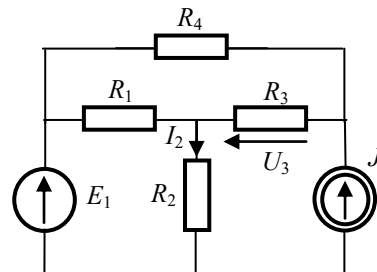
$$E_1 := 8 \cdot \text{V} \quad E_2 := 2 \cdot \text{V} \quad J_2 := 20 \cdot \text{A} \quad R_1 := 1 \cdot \Omega \quad R_2 := 2 \cdot \Omega \quad R_3 := 3 \cdot \Omega \quad R_4 := 4 \cdot \Omega$$

$$G_1 := R_1^{-1} \quad G_2 := R_2^{-1} \quad G_3 := R_3^{-1} \quad G_4 := R_4^{-1}$$

$$U_2 \text{ simplify} \rightarrow \frac{G_1 \cdot J_2 - E_1 \cdot G_1 \cdot G_4 + E_2 \cdot G_1 \cdot G_3 + E_2 \cdot G_1 \cdot G_4 - E_1 \cdot G_3 \cdot G_4 + E_2 \cdot G_3 \cdot G_4}{G_1 \cdot G_2 + G_1 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 + G_2 \cdot G_3 + G_3 \cdot G_4} = 14\text{V}$$

11. Oblicz napięcie U_3 metodą napięciową.

Dane $E_1 = 6\text{ V}$, $J = 3\text{ A}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 4\Omega$.

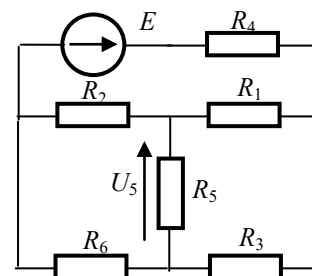


Rozwiązanie: $U_3 = -5,478\text{ V}$

12. Oblicz napięcie U_5 .

Dane: $E_1 = 6\text{ V}$,

$R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 4\Omega$, $R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 6\Omega$.



Rozwiązanie: $U_5 = 0\text{ V}$